

# 局所ネットワーク情報を用いたウイルス蔓延抑制

本吉和馬\* 森口一郎\*\*

現実のネットワーク構造に近い仮想ネットワークを用いてウイルス感染シミュレーションを行った。スケールフリー性を持つバラバシ・アルバートモデル (BAモデル) を用いて、Cohenらが提唱した知人免疫手法と、知人免疫手法を改良したランダムに選んだノードに隣接している最もリンク数の多いノードに免疫を配置する手法との抑制率の比較を行った結果、知人免疫手法よりもそれを改良した免疫配置方法がより蔓延を抑制できることがわかった。また、過去の研究から現実ネットワークであるASネットワークを用いたシミュレーションでは同じ手法であってもBAモデルを用いた結果よりも抑制率が高いことがわかっている。この原因を探るため、BAモデルとASネットワークのネットワーク構造の違いを調べた。この結果、BAモデルでは最小リンク数が平均リンク数の半分となるのに対し、ASネットワークでは最小リンク数が1であり、感染シミュレーションでの抑制率の差は最小リンク数の影響であることがわかった。

キーワード：SISモデル、BAモデル、ASネットワーク、べき乗則、クラスター係数

## Virus Epidemic Suppression by Using Local Information of Network Structure

Kazuma MOTOYOSHI\* and Ichirou MORIGUCHI\*\*

Under the situations of several arrangements of immunized nodes, virus infection simulations were performed for virtual networks whose structures are similar to that of real networks. For the Barabási-Albert network model (BA model) which has a scale-free property, the virus suppression effect by “modified acquaintance immunization” technique was shown to be more effective than that by “acquaintance immunization” technique proposed by Cohen et al. Modified acquaintance immunization immunizes the node with most links among the adjacent nodes of a randomly selected node. On the other hand, several researches show that any immunization technique is much more effective for AS network which is a real network than for BA model. In order to defect the cause of this inconsistency, we investigated the influence of the structural properties of AS network and BA model. As a result, it was shown that the number of the minimum link has strong effect on the virus suppression rate by immunizations: the number of the minimum link of BA model is half of the average link number, but that of AS model is one.

**Keywords:** SIS model, Barabási-Albert model, autonomous system network, power-law, clustering coefficient

\*東京情報大学 総合情報学部 情報システム学科学部学生

2011年11月18日受理

Tokyo University of Information Sciences, Faculty of Informatics, Department of Information Systems, Undergraduate Student

\*\*東京情報大学 総合情報学部 情報システム学科

Tokyo University of Information Sciences, Faculty of Informatics, Department of Information Systems

## 1. はじめに

現在のコンピュータウイルスに対する対抗策は、各個人が所有するコンピュータやメールソフト（ノード）に対し免疫を与えてウイルスの蔓延を抑制する手法が主流である。これは、ウイルスに対する防御を行うかどうかノードの所有者の判断に委ねられていることを意味している。そのため、ネットワーク全体で見れば、各々のノードはランダムに免疫を持つことになる（ランダム免疫手法）。ネットワークのリンク数分布がべき乗則に従うバラバシ=アルバートモデル（BAモデル）を用いたウイルス感染シミュレーションで、この免疫配置手法ではネットワーク内部の免疫割合0.8（全ノードの80%）ものノードに免疫を与えなければウイルスの蔓延を抑制できないことが過去の研究からわかっている[1]。

BAモデルを用いた他の免疫手法としては、ネットワーク内部の最もリンク数の多いノードから免疫を与える手法（ターゲット免疫手法）がある。この手法では最もリンク数の多いノードに免疫を与えていくことにより、ウイルスの感染経路を免疫によって効率的に遮断することができ、ネットワーク全体の免疫割合0.06（6%）ほどのノードに免疫を与えるだけでウイルスの蔓延が抑制できることがわかっている[2]。しかし、この手法では、全世界のネットワーク構造情報を入手し、全ノードの中から最もリンク数の多いノードを探す必要があるため、実際に現実ネットワークに対してターゲット免疫手法を実行することは不可能である。

一方、2003年にCohenらは、ネットワークの中からランダムにノードを選び、そのノードに隣接しているノードの1つに免疫を与える手法（知人免疫手法）を提案し、BAモデルを用いたシミュレーションでは2割程度の免疫数でウイルスの蔓延を抑制できることを実証した[3]。これは、スケールフリーネットワークはランダムに選んだノードの隣接ノードの平均リ

ンク数が、ネットワーク全体の平均リンク数よりはるかに大きくなる性質を利用している（Appendix）。

また過去の研究からASネットワーク（プロバイダや企業などの団体を1ノードとした現実ネットワークデータ）を用いたシミュレーションでは、同じ免疫配置手法であってもBAモデルよりも蔓延の抑制率がよくなることがわかっている[4]。これは過去に行われてきた仮想ネットワークでの研究結果と異なるものであり、はっきりとした原因はわかっていない。

本研究では、ランダム免疫手法よりも効果的である知人免疫手法を改良し、ランダムに選んだノードに隣接する最もリンク数の多いノードに免疫を与える手法（改良知人免疫手法）を用いた。この新しい手法で感染シミュレーションを行い、知人免疫手法が免疫割合0.24でウイルスを死滅させるのに対し改良知人免疫手法では免疫割合0.1で死滅させ、知人免疫手法よりも効果的であることがわかった。

また、BAモデルとASネットワークの構造の違いを調べるため、クラスター係数（ノード間の親密性）とリンク数分布のべき指数（べき乗 $k^{-\beta}$ の指数 $\beta$ ）、最小リンク数（ $k_{\min}$ ）を各々任意の値でネットワークを作成できるプログラムを作成し比較を行った。その結果、クラスター係数の違いによるウイルス抑制効果は比較的小さく、ウイルスの蔓延を抑制するための主な要因は $k_{\min}$ の違いによるものであることがわかった。BAモデルでは $k_{\min}$ は平均リンク数/2であるが、ASネットワークでは $k_{\min}=1$ となっているため、 $k_{\min}=1$ のノードがいることにより免疫によってウイルスの感染経路が遮断されやすくなり、効果的に蔓延を抑制できていることがわかった。

## 2. 感染モデルとシミュレーション方法

感染モデルは、現実の生物間での伝染病解析において数理生物学でよく用いられるSISモデルを使用した。S (susceptible) は通常状態、I

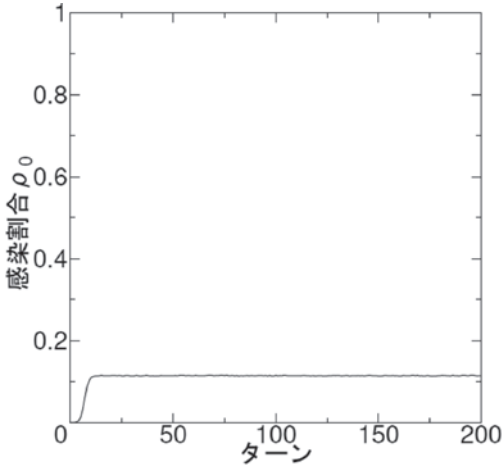


図1 BAモデルに対するSISでの感染割合  $\rho_0$  の推移。感染力  $\lambda=0.25$ 、ノード数  $N=100$ 万、平均リンク数  $\langle k \rangle = 6$ 。

(infected) が感染状態であり、通常状態のノードが隣接している感染状態のノードから感染を受け、感染状態に遷移する。感染状態のノードは感染活動後、通常状態に遷移する。

シミュレーション方法は、まず各々の免疫配置手法に基づいて一定の割合のノードに免疫を配置する。

その後、免疫を配置されたノード以外の通常ノードに対しウィルスをランダムに配置し感染状態にさせ時間発展を行う。1ターン（時間推移）のうち、まず感染状態のノードは隣接する通常状態のノード全てに対し感染活動を行う。この時、隣接する通常状態のノードが感染状態になる確率を  $\lambda$  とする。その後感染活動を行ったノードは通常ノードに遷移しターンを終了する。これを200ターンまで繰り返し、ウィルスの感染割合の変動が十分小さく、定常状態に入っていると思われる100ターンから200ターンまでの平均を取り蔓延率  $\rho_0$  とする（図1）。免疫を配置した場合としなかった場合の比較を行うため、免疫を配置した場合の感染割合を  $\rho_q$  とし、免疫割合を変化させ、比  $\rho_q / \rho_0$  を計算することによって、どの程度の免疫割合でウィルスの蔓延を抑制できるかを計測した。

### 3. 各免疫配置手法

本研究では、免疫配置手法として、

- ・「ランダム免疫手法」  
ノードをランダムに選び、免疫を与える。
- ・「ターゲット免疫手法」  
最もリンク数の多い順にノードを選び、免疫を与える。
- ・「知人免疫手法」  
ノードをランダムに選び、そのノードの隣接ノードからランダムに1つノードを選び免疫を与える。
- ・「改良知人免疫手法」  
ノードをランダムに選び、そのノードの隣接ノードの中で最もリンク数の多いノードに免疫を与える。

の4つを使用した。

感染シミュレーションを開始する前に予め免疫をネットワーク内の全ノードの何割に与えるかを決めておき、各々の手法で免疫を配置する。この際、既に免疫が配置されているノードが選ばれた場合は、再度ノードを選び、重複がないようにした。知人免疫手法ではランダムに選びそのノードの隣接ノードからランダムに選ぶ。隣接ノードの中からランダムに選んだノードが既に免疫ノードであった場合は、再度ネットワークの中からランダムにノードを選びなおす。改良知人免疫手法ではランダムにノードを選び、そのノードの隣接ノードから最もリンク数の多いノードを選び免疫を与える。この時、選んだノードが既に免疫ノードであった場合、隣接するノードの中で次にリンク数の多いノードに対して免疫を配置する。もし、隣接ノードが全て免疫ノードであった場合は再度ネットワークの中からランダムにノードを選びなおす。

### 4. シミュレーション結果

ノード数  $N=100$ 万、平均リンク数  $\langle k \rangle = 6$

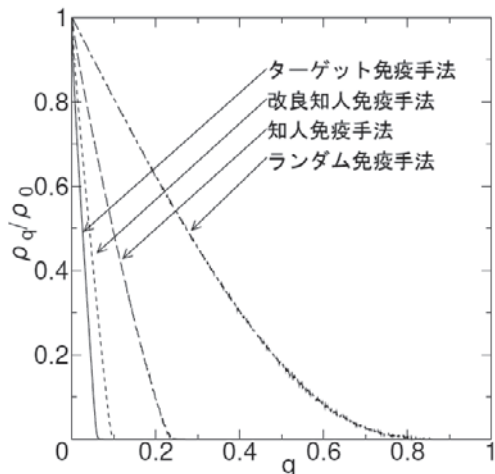


図2 BAモデルでの各免疫手法の抑制率。感染力 $\lambda=0.25$ 、ノード数 $N=100$ 万、平均リンク数 $\langle k \rangle=6$ 。 $\rho_0$ は免疫無しの蔓延度、 $q$ は免疫割合。

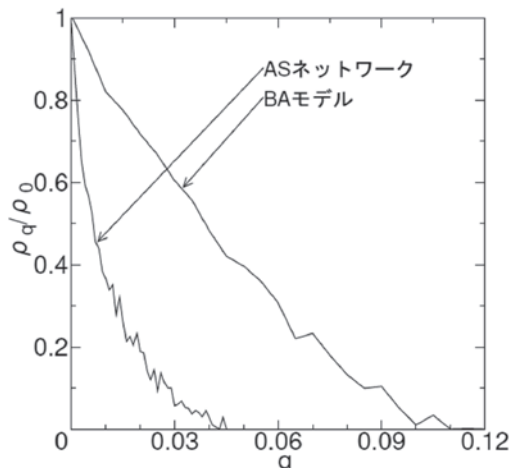


図4 ASネットワークとBAモデルの知人免疫手法での抑制率。感染力 $\lambda=0.25$ 、ノード数 $N=33326$ 、平均リンク数 $\langle k \rangle=4$ 。

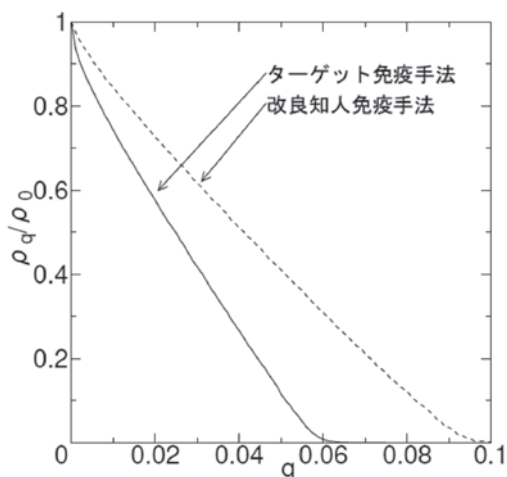


図3 図2の拡大図。実線はターゲット免疫手法、点線は知人免疫手法。

のBAモデルを用いて各免疫手法のシミュレーションを行った。

BAモデルでのターゲット免疫手法、ランダム免疫手法では過去の研究同様、ターゲット免疫手法ではネットワーク全体の免疫割合0.06ほど、ランダム免疫手法では免疫割合0.8ほどでウイルスの蔓延が抑制できた(図2、図3)。知人免疫手法では免疫割合0.24、改良知人免疫

手法では免疫割合0.1ほどで蔓延を抑制できた(図2、図3)。ターゲット免疫手法ではリンク数の多いノードから順に免疫を与えるため、ウイルスの感染経路を免疫によって効率的に遮断することができ、小さい免疫割合で蔓延を抑制できた。使用したBAモデルは、ネットワークの構造特徴として少数のリンク数を持つノードがネットワークの大半を占め、大量のリンク数を持つノードが少数である。これにより、知人免疫手法・改良免疫手法では免疫を与えるノードのリンク数がランダム免疫手法よりも高くなり、ターゲット免疫手法と同様、ウイルスの感染経路を免疫によって効率的に遮断することができ、蔓延を抑制できる。

## 5. ASネットワークの解析と感染シミュレーション

過去の研究から、ASネットワーク(プロバイダや企業などの団体を1ノードとして見た現実ネットワーク)を用いたウイルス蔓延シミュレーションでの知人免疫手法では免疫割合0.04ほどで蔓延を抑制できることがわかっている[4]。本研究でも2009年時のASネットワークを

用いてシミュレーションを行い同様の結果を得た(図4)。これは今までの仮想ネットワークモデルを用いた研究結果と異なるものである。実際の現実ネットワークを用いたシミュレーションは過去あまり行われてこなかったため、本研究では、ASネットワークに対してなぜこれほど効率的に抑制できるのか、BAモデルとのネットワーク構造の比較を行った。

ASネットワークとBAモデルのネットワーク構造の主な違いとしてクラスター係数やべき指数、最小リンク数が挙げられる。これらの違いによる抑制率の差を感染シミュレーションで検証した。

### 5.1 クラスター係数の影響

クラスター係数とは、あるノードの隣接ノード間のリンクの繋がり方を数値化したものである。

例えば、あるノード1の隣接ノード2つが接続されている時、ノード1を頂点とする三角形が形成される。この三角形の数を計測し数値化したものがノード1のクラスター係数となる。これを全ノードのクラスター係数を計測し、平均したものがネットワーク全体のクラスター係数となる。BAモデルとASネットワークのクラスター係数を比較するため、ASネットワークのクラスター係数を計測し、以下のHolmeモデルを用いてASネットワークと同値のクラスター係数を持つネットワークを作成し、感染シミュレーションを行いクラスター係数の影響による抑制率の比較を行った。

#### 5.1.1 クラスター係数

クラスター係数は、各々のノードが持つクラスター係数を計測し、その平均がネットワーク全体のクラスター係数となる。

あるノード $i$ が持つクラスター係数を求める式は、

$$C_i = \frac{\text{ノード}V_i\text{を頂点に持つ三角形の数}}{k_i(k_i-1)/2} \quad (1)$$

$k_i$  = ノード $i$ の次数 (リンク数)

で定義される。この時、ノードの持つリンク数

$k_i$ が1の場合、三角形は形成されないので必ず $C_i = 0$ となる。

式(1)を用いてASネットワークのクラスター係数を計測したところ、0.2246であった。BAモデルではネットワークを作成する際に、ノードを追加していき、そのノードが接続するリンク先をネットワークの中からリンク数の多いノードに接続する優先接続 (preferential attachment) で決定する。新しく追加されたノードの持つリンク数が2本の場合、この2本のリンクが接続される先のノードには関連性がなく三角形が作られ難くなるため、BAモデルのネットワーク全体のクラスター係数はほぼ0となる。このことから、以下のHolmeモデルを用いて、ASネットワークに近いクラスター係数を持つネットワークを作成し、クラスター係数の影響による抑制率の比較を行った。

#### 5.1.2 Holmeモデル

2001年にHolmeらの提唱したネットワークモデルを用いてクラスター係数の比較を行った。

Holmeらのネットワークモデルは任意のクラスター係数を持つネットワークを作成することができる。BAモデルが優先接続でネットワークを成長させていくのに対し、Holmeモデルではネットワークを成長させる際に優先接続かTF (Triad Formation 2本目のリンクを三角形が作られるよう1本目のリンクの接続先のノードの隣接ノードに接続させる) を行うかを確率 $t$ で決め、成長させていくものである[5](図5.a)。新しく追加したノードの1本目のリンクは

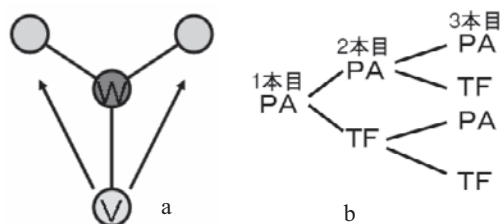


図5 TFでの成長方式(図5.a)。TFでの接続方式(図5.b)。

必ずBAモデルと同じ優先接続で行い、2本目以降にTFを行うか優先接続を行うか乱数を発生させ、確率 $t$ 内であればTFを行う。逆にもし、確率 $t$ 内でなければ優先接続とする。追加されたノードのリンク数が1の場合であれば優先接続のみ行われ3本以上であれば2本目以降から全てTFを行うか乱数を振る。また2本目に優先接続が行われ3本目にTFが行われた場合、3本目のTFで接続するノードは1本目に優先接続で接続されたノードの隣接ノードとし、1本目に優先接続で接続したノードの隣接ノード全てにTFで接続した場合は2本目以降に優先接続で接続されたノードか新たに優先接続を行い、そのノードに対し新たにTFを行うかどうかを判定する (図5. b)。

確率 $t$ を変動させることで任意のクラスター係数を持つスケールフリーネットワークを得ることができる。Holmeモデルでは、基本的にBAモデルと同じ優先接続で成長するネットワークであるため、ノード数、平均リンク数、リンク数分布などはBAモデルとほぼ同じ値になる。ASネットワークのクラスター係数が0.2246のため確率 $t=0.424$ のクラスター係数0.2244のネットワークを作成し (図6)、クラ

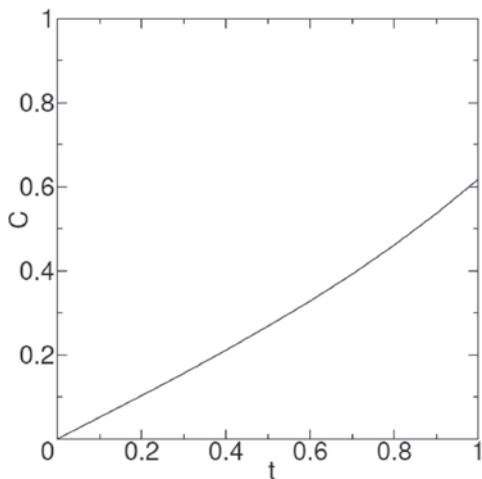


図6 確率 $t$ を変動させたHolmeモデルのクラスター係数。ノード数 $N=100000$ 、平均リンク数 $\langle k \rangle=6$ 、確率 $t=1/100$ 。

スター係数がほぼ0のBAモデルと各免疫手法の抑制率の比較を行った。

### 5.1.3 シミュレーション結果

ノード数 $N=100$ 万、平均リンク数 $\langle k \rangle=6$ のクラスター係数がほぼ0のBAモデルと、クラスター係数をASネットワークのクラスター係数(0.2246)に近い確率 $t=0.424$ のクラスター係数(0.2244)のHolmeモデルとで感染シミュレーションを行った結果、BAモデルとHolmeモデルでは各免疫手法での抑制率に大きな差は見られなかった (図7)。このことからクラスター係数がBAモデルとASネットワークでの抑制率の差の主な原因ではないことがわかった。

### 5.2 べき指数の影響

現実ネットワークであるメーリングリストやASネットワーク、仮想ネットワークのBAモデルなどはリンク数分布がべき乗則に従うことが過去の研究からわかっている。べき指数とはリンク数分布のべき乗 $k^{-\beta}$ の指数 $\beta$ である。また、正確なべき指数を求めるため  $P_{cum}(k) = \sum_{k'=k}^{\infty} p(k')$  で求められる累積リンク数分布を使用する (図8)。

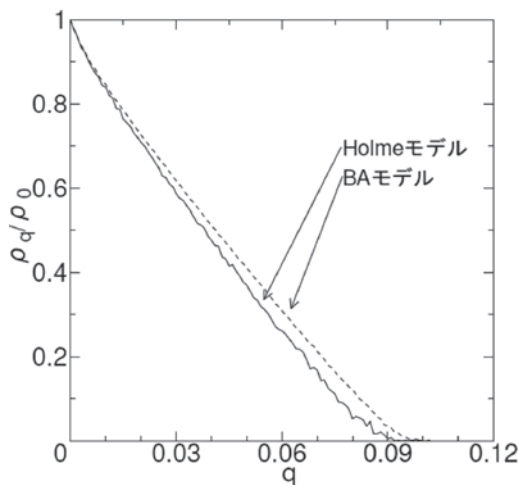


図7 クラスター係数0のBAモデルとクラスター係数0.2246のHolmeモデルでの改良知人免疫手法の抑制率。感染力0.25、ノード数 $N=10$ 万、平均リンク数 $\langle k \rangle=6$ 。

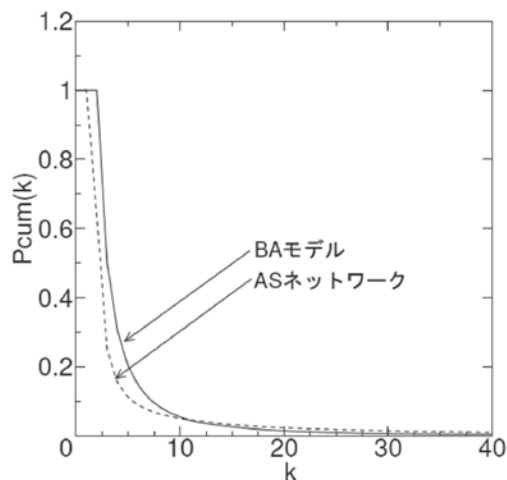


図8 ASネットワークとBAモデルの累積リンク数分布。ノード数 $N=3326$ 、平均リンク数 $\langle k \rangle=4$ 。

BAモデルでは $\beta = 3$ 、ASネットワークでは $\beta = 2.11$ であり、異なることから、ASネットワークの $\beta = 2.11$ と同値のネットワークを以下のExpモデルで作成し、抑制率の比較を行った。

### 5.2.1 Expモデル

べき指数を任意の値に設定したネットワークを作成するため、Expモデルを作成した。べき指数はリンク数分布の $p(k) \propto k^{-\beta}$ の指数 $\beta$ であるため、ネットワークを作成する際にBAモデルのようにノードを追加していきネットワークを成長させていく手法ではなく、べき指数をあらかじめ固定し $k_{\min}$ から $k_{\max}$ （リンク数の理論的最大値）まで算出し確率分布としたものに対し、1つのノードが持つリンク数をランダムに決めるよう作成した。まず作成したいネットワークのべき指数 $\beta$ を決め、下記の $k_{\max}$ の値まで $k$ を変動させ $k^{-\beta}$ を計算する。 $k^{-\beta}$ の $\beta=2$ 、 $k_{\min}=1$ 、 $k_{\max}=40$ で作成した場合、図9となる。これをリンク数分布とするため、 $k_{\min}$ から $k_{\max}$ までのリンク数分布の合計値が1になるよう全ての値に $\alpha$ をかけ調整する（図10）。合計が1となるようにしたリンク数分布の中から乱数を

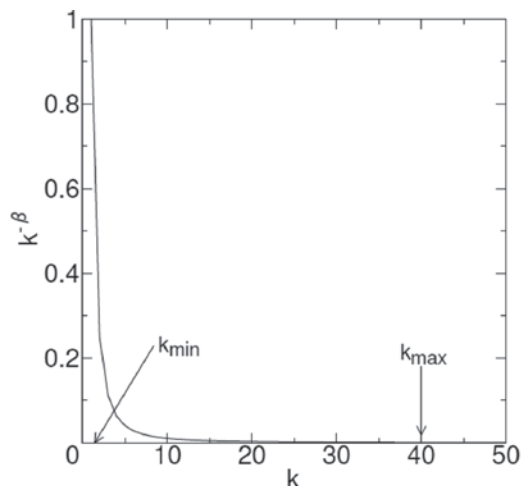


図9 Expモデルでのネットワーク作成過程1。

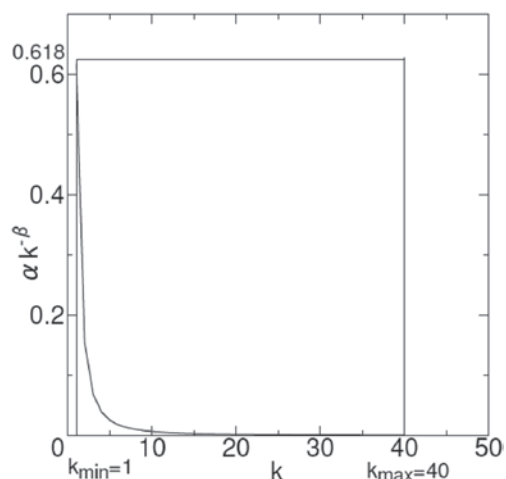


図10 Expモデルでのネットワーク作成過程2。

振り $k$ を選ぶ、再度乱数を振り選んだ $k$ の $\alpha k^{-\beta}$ の値内であれば1つのノードが持つリンク数を $k$ として作成する（図11. a）。外れた場合再度 $k$ に対して乱数を振りなおす。これを作成したいネットワークの全ノード数分行きノードが持つリンク数を予め決めておく。その後、全ノードが持つリンクの中から2本リンクを選びだしリンク同士を接続させる（図11. b）。この時、接続するリンクを持つノードのリンク数等は考慮せず、ランダムに選択するものとした。これ

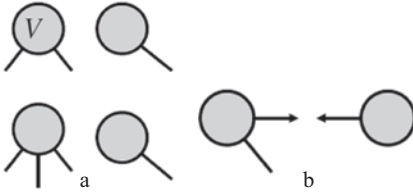


図11 作成したノード (図11. a)。リンク接続方式 (図11. b)。

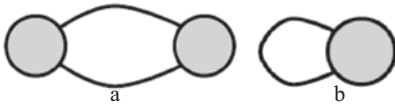


図12 排除するリンク接続方式 (図12. a, b)。

を全てのリンクが接続されるまで行う。リンクを接続する際に、2つの $k=2$ 以上のノード同士がリンクを同じノードに2本以上張る重複リンク (図12. a)、 $k=2$ 以上のノードが自らのリンクを接続してしまう自己重複リンク (図12. b) は排除し、 $k=2$ 以上のリンク数を持つノードの接続先は全て別のノードとなるようにした。これを用いて、ノード数、平均リンク数は任意の値、ASネットワークのべき指数2.11とほぼ同値のべき指数を持つネットワークを作成した。

### 5.2.2 最大リンク数の導出

上記のExpモデルではノードの持つ最大リンク数 ( $k_{max}$ ) を決めネットワークを作成する。そのため、予め、 $k_{max}$  を算出しておく必要がある。

まず、リンク数分布は、

$$p(k) = Ak^{-\beta} \quad (2)$$

で与えられるとする。規格化定数  $A$  を決めるため、式 (2) を  $k_{min}$  から  $\infty$  まで積分を行う。これが確率密度であるから1になることにより、

$$A \int_{k_{min}}^{\infty} k^{-\beta} dk = 1 \quad (3)$$

となり、積分を実行し、

$$A = k_{min}^{\beta-1} (\beta-1) \quad (4)$$

となる。

実際のネットワークではリンク数は有限であるため、ネットワークのノード数に対応した最大リンク数  $k_{max}$  までしか出現しない。即ち、 $k_{max}$  以上のリンク数を持つノードは1つ未満しか出現しない。 $k_{max}$  から  $\infty$  まで積分し、 $k_{max}$  以上のリンク数を持つノードが1つ未満とし、

$$\int_{k_{min}}^{\infty} p(k) dk < \frac{1}{N} \quad (5)$$

となる。この積分を実行、式 (4) を代入して  $k_{max}$  を求める。

$$A \frac{1}{\beta-1} k_{min}^{1-\beta} < \frac{1}{N}$$

$A$  は式 (4) を代入し

$$k_{min}^{\beta-1} (\beta-1) \frac{1}{\beta-1} k_{max}^{1-\beta} < \frac{1}{N}$$

となる。つまり、 $k_{max}$  はせいぜい

$$k_{max} = N^{\frac{1}{\beta-1}} k_{min}$$

だとしてネットワークを作成すればよい。

例えば、ノード数  $N=100$  万、べき指数  $\beta=3$ 、 $k_{min}=2$  のネットワークであれば  $k_{max}$  は、

$$k_{max} = 1000000^{\frac{1}{3-1}} \times 2 = 2000$$

となり、リンク数2000以上を持つノードは確率的に出現しない。

### 5.2.3 シミュレーション結果

ノード数、平均リンク数を同値にしたべき指数2.11のExpモデルとべき指数3のBAモデルでのシミュレーション結果の比較を行ったところ、ASネットワークとBAモデルの抑制率の差ほど顕著な違いは見られず、べき指数が主な原因ではないことがわかった (図13)。



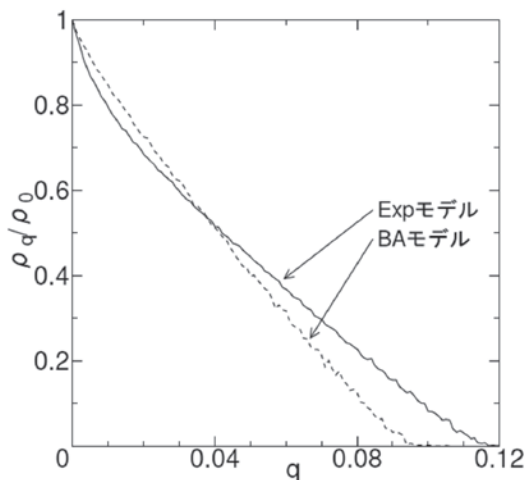


図13 べき指数3のBAモデルとべき指数2.11のExpモデルでの抑制率の比較。感染力 $\lambda=0.25$ 、ノード数 $N=10$ 万、平均リンク数 $\langle k \rangle=6$ 。

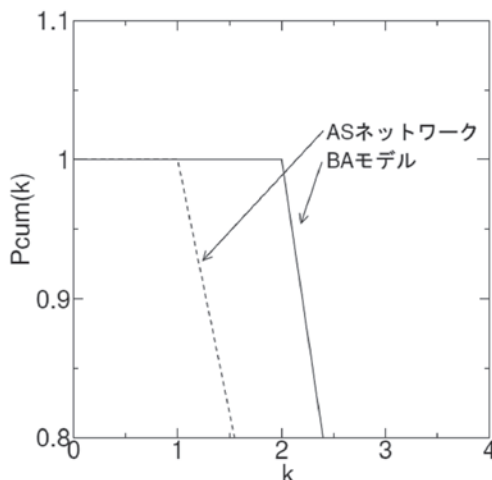


図14 図9を拡大したもの。実線がBAモデル、点線がASデータ。ASデータは $k_{\min}=1$ 、BAモデルは $k_{\min}=2$ 。

### 5.3 最小リンク数の影響

BAモデルでは最小リンク数 ( $k_{\min}$ ) は平均リンク数/2となるがASネットワークでは $k_{\min}$ の値は1となる。今までの研究で使用してきたBAモデルの $k_{\min}$ は、ASネットワークの平均リンク数 $\langle k \rangle=4$ に合わせた平均リンク数 $\langle k \rangle=4$ 、 $k_{\min}=2$ となっている (図14)。BAモデルなどのスケールフリーネットワークでは、ほとんどのノードのリンク数は $k_{\min}$ の値のリンクを持っているため、 $k_{\min}$ の違いによる影響は大きいと考えられる。この事から上記のExpモデルを使用し $k_{\min}$ を変動させたネットワークでシミュレーションを行った。

その結果、 $k_{\min}$ が1であるExpモデルネットワークではASデータとほぼ同値の結果になり、 $k_{\min}=2$ 、 $k_{\min}=3$ と $k_{\min}$ の値を増加させるごとに抑制率は低下していった (図15)。この結果から $k_{\min}=1$ のネットワークでは免疫を配置した後、ウィルスを散布したノードがネットワークの大多数である $k_{\min}=1$ のノードのため、接続先ノードが免疫を持つと隔離される事になる。よって $k_{\min}=1$ のノードにウィルスが配置された場合、ウィルスは感染活動を行うこ

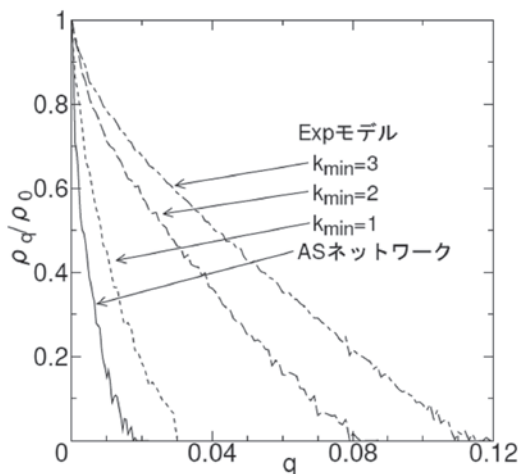


図15 ASネットワークと $k_{\min}$ を変動させたExpモデルでの改良知人免疫手法の抑制率の比較。感染力 $\lambda=0.25$ 、ノード数 $N=33326$ 、平均リンク数 $\langle k \rangle=4$ 。

とができず死滅してしまう。これにより $k_{\min}=1$ のネットワークでは効果的に蔓延を抑制できると思われる。 $k_{\min}=2$ 、 $k_{\min}=3$ のネットワークでは $k_{\min}$ の値が増えるごとにウィルスが隣接するノードに感染活動を行う確率が増えるため $k_{\min}$ の増加と共に抑制率も低下した。

## 6. まとめ

本研究では、仮想ネットワークのBAモデルを用いてSIS感染シミュレーションを行い、過去の研究で行われたターゲット免疫手法とランダム免疫手法の抑制率とCohenらの提唱した知人免疫手法、Cohenらの手法を改良した改良知人免疫手法の抑制率の比較を行った。また、現実ネットワークであるASネットワークとBAモデルのネットワークの構造の違いを検証し、ASネットワークとBAモデルの各免疫配置手法の抑制率の差の原因を調べた。

本研究により、現在のコンピュータウイルスに対する防御策であるランダム免疫手法よりも、改良知人免疫手法はウイルス蔓延を抑制する手法として十分に効果のあるものと判明した。また現実ネットワークであるASネットワークとBAモデルの各免疫配置手法の抑制率の差は最小リンク数が原因であることを明らかにした。最小リンク数が低いネットワークでは知人免疫手法、改良知人免疫手法の抑制手法は非常に有効であるということもわかった。

他の現実ネットワークであるメーリングリストなどのネットワークにおいても、最小リンク数が低いネットワークであれば改良知人免疫手法は効果的なウイルス抑制手法であると考えられる。

### 【参考文献】

- [1] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, Phys. Rev. E, Vol. 65, 036104 (2002).
- [2] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Evolution and Structure of the Internet", pp. 206-208, Cambridge (2003).
- [3] R. Cohen, S. Havlin, and D. ben-Avraham, Phys. Rev. Lett. Vol. 91, No. 24, 247901 (2003).
- [4] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani, "Evolution and Structure of the Internet", pp. 208-210, Cambridge (2003).
- [5] P. Holme, and B. J. Kim, Phys. Rev. E, Vol. 65, 026107 (2002).

### 【付録 (Appendix)】

スケールフリーネットワークで任意に選んだノードの隣接ノードの平均リンク数が大きい値を取ることの証明

ランダムに選んだノードの隣接ノードの平均リンク数  $\langle k_{nn} \rangle$  を求めるには、まず、隣のノードの持つ確率密度を求める。全ノードの内、 $k$ 本のリンクを持つノード数を  $N(k)$  とし、全ノード数は、

$$N = \sum_k N(k) \quad (A1)$$

で求められる。式 (A1) から  $k$ 本のリンクを持つノード数が求められるので、式 (A1) に  $k$  を掛け、全ノードの持つリンク数の合計を求める。全リンク数は、

$$\sum_k kN(k) = N \langle k \rangle \quad (A2)$$

となる。確率密度は全リンク数のうち、 $k$ 本のリンク数を持つノードのリンク数の和となるため、

$$\frac{kN(k)}{N \langle k \rangle} = \frac{kp(k)}{\langle k \rangle} \quad (A3)$$

となる。

式 (A3) を用いて、リンク数分布が  $k^{-\beta}$  に従うネットワークの場合の、あるノードの隣接ノードの平均リンク数を求める。隣のノードの平均リンク数は、式 (A3) の確率密度に  $k$  を掛け  $k_{\min}$  から  $\infty$  まで積分し、

$$\langle k_{nn} \rangle = \int_{k_{\min}}^{\infty} k \frac{kp(k)}{\langle k \rangle} dk \quad (A4)$$

となる。べき則に従うネットワークのリンク数分布は  $p(k) = Ak^{-\beta}$  で求められるため、式 (A4) にこれを代入する。

$$\langle k_{nn} \rangle = \frac{A}{\langle k \rangle} \int_{k_{\min}}^{\infty} k^{2-\beta} dk \quad (A5)$$

となる。式 (A5) の積分を実行し、

$$\langle k_{nn} \rangle = \frac{A}{\langle k \rangle (3-\beta)} \left[ k^{3-\beta} \right]_{k_{\min}}^{\infty} \quad (A6)$$

となる。

BAモデルやASネットワークなどのべき則に従うネットワークのべき指数  $\beta$  は  $2 < \beta < 3$  なので、式 (A6) の  $k^{3-\beta}$  のべき指数  $3 - \beta$  は正の数になるため、

$\langle k_m \rangle$ の値は発散する。

以上より、リンク数分布がべき則に従うスケールフリーネットワークでは、ランダムに選らんだノードの隣接ノードからランダムにノードを1つ選ぶと、そのノードの持つ平均リンク数は、非常に大きい値となることがわかる。

